**Методы решения СЛАУ**

Метод Гаусса (ДЗ)

Оригинальная матрица:

Прямой ход: приведём матрицу к треугольному виду

=

Получаем треугольный вид:

Обратный ход: запишем в виде системы уравнений:

==

Ответ:

Модифицированный метод Гаусса (ДЗ)

Необходимо поменять строки местами таким образом, чтобы ведущим элементом был максимальный по модулю среди элементов данного столбца ниже главной диагонали.

В данном примере вторую строку нужно поставить на место первой.

Оригинальная матрица

Прямой ход:

=

=

=

Обратный ход:

Ответ:

Вычисление чисел с погрешностью (ДЗ)

В операциях с делением и умножением переходим от абсолютной погрешности к относительной.

=

Метод простых итераций (ДЗ)

Оригинальная матрица

Шаг 1: (начальный вектор х - нулевой)

Шаг 2:

=

=

Шаг 3:

Метод Зейделя (ДЗ)

Оригинальная матрица

Шаг 1:

Шаг 2:

Шаг 3:

**Методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений**

Метод половинного деления (ДЗ)

Начальный интервал: (1; 2)

Находим произведение значений функции в крайних точках:

Шаг 1:

Находим середину интервала:

В новых интервалах:

(1; 1,5)

(1,5; 2) < 0, выбираем этот интервал

Шаг 2:

Аналогично продолжаем вычисление в интервале (1,5; 2)

Находим середину интервала:

В новых интервалах:

(1,5; 1,75) < 0, выбираем этот интервал

(1,75; 2)

Шаг 3:

Аналогично продолжаем вычисление в интервале (1,5; 1,75)

Находим середину интервала:

В новых интервалах:

(1,5; 1,625)

(1,625; 1,75) < 0, выбираем этот интервал

Шаг 4:

Аналогично продолжаем вычисление в интервале (1,625; 1,75)

Находим середину интервала:

В новых интервалах:

(1,625; 1,6875)

(1,6875; 1,75) < 0, выбираем этот интервал

Метод хорд (ДЗ)

Начальный интервал: (1; 2)

В отличие от метода половинного деления, точка *c* является не серединой интервала, а вычисляется по формуле

Шаг 1:

Вычисляем по формуле значение c для этого шага:

В интервалах:

(1; 1,666667)

(1,666667; 2) < 0, значит, выбираем этот интервал

Шаг 2:

Вычисляем по формуле значение c для этого шага:

В интервалах:

(1,666667; 1,727273)

(1,727273; 2) < 0, значит, выбираем этот интервал

Шаг 3:

Вычисляем по формуле значение c для этого шага:

В интервалах:

(1,727273; 1,731707)

(1,731707; 2) < 0, значит, выбираем этот интервал

Шаг 4:

Вычисляем по формуле значение c для этого шага:

В интервалах:

(1,731707;)

(; 2) < 0, значит, выбираем этот интервал

Метод Ньютона (ДЗ)

Начальный интервал: (1; 2)

В качество начальной точки выбираем такую, в которой знак 2-ой производной совпадает со знаком функции, в нашем случае

Аналогично для последующих :

Для сравнения, найдем точное решение данного уравнения

Как видно, приближенное решение совпадает с точным на 6 знаков после запятой.

Решение СНУ методом Ньютона: через обратную матрицу (ДЗ)

Шаг 1:

Найдем обратную матрицу:

Шаг 2:

Решение СНУ методом Ньютона: через Гаусса (ДЗ)

Шаг 1:

Шаг 2:

Формула Лагранжа (ДЗ)

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| 1 | 1.0000 |
| 2 | 1.4142 |
| 3 | 1.7321 |
| 4 | 2.0000 |

Найти *y* для **x = 2.56**

Т.к. имеем 4 узла интерполяции, то найти

3 0 3 1 3 2

2 0 2 1 2 3

3

( *x*−*x*0 )( *x*−*x*1)( *x*−*x*2 )

+ *y*

( *x* −*x* )( *x* −*x* )( *x* −*x* ) ( *x* −*x* )( *x* −*x* )( *x* −*x* )

2

+ *y* ( *x*−*x*0)( *x* −*x*1 )( *x*−*x*3)

1 0 1 2 1 3

0 1 0 2 0 3

( *x*−*x*0 )( *x*−*x*2)( *x*−*x*3 )

+

+ *y*

0 ( *x* −*x* )( *x* −*x* )( *x* −*x* ) 1 ( *x* −*x* )( *x* −*x* )( *x* −*x* )

3

*P* ( *x*)= *y* ( *x*−*x*1)( *x*−*x*2 )( *x*−*x*3)

( 4−1)( 4−2)( 4−3)

(3−1)(3−2)(3−4 )

+1.7321 ( 2.56−1)(2.56−2)( 2.56−4)+2 (2.56−1)( 2.56−2)(2.56−3)

(2−1)(2−3)( 2−4 )

(1−2)( 1−3)(1−4)

3

*P* (2.56)=1 (2.56−2)(2.56−3)(2.56−4) +1.4142 ( 2.56−1)(2.56−3)( 2.56−4)+

*P*3 (2.56)=−0.0591+ 0.6989+ 1.0895−0.1281=1.6012

Теперь посчитаем погрешности *усечения*, *округления* и *реальную*:

+ 0.0216 = 0.02165

−5

ε*реальное* = ε*округ* + ε*усеч* = 5⋅10

−5

ε*округ* = 5⋅10

*M* 4

*M* 4

ε*усеч* ≤ 4*!* ⋅((2.56−1)(2.56−2)(2.56−3)(2.56−4))= 4*!* ⋅0.5535=0.0216

Схема Эйткена (ДЗ)



Формула Ньютона (ДЗ)



Интерполяция кубическими сплайнами(ДЗ)

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| 1 | 2 |
| 3 | 5 |
| 5 | 2 |
| 7 | -1 |
| 9 | 2 |

Найти S(2) и S(4) СМ = D

Точка х = 2 лежит в промежутке [1;3] → i = 1

Точка х = 4 лежит в промежутке [3;5] → i = 2

СM = D → решим полученную систему методом Гаусса → M=

Теперь подставляем значения и считаем

Обратная интерполяция (ДЗ)

(x = -3, -2, -1)

Интерполируем обратную функцию по трём точкам

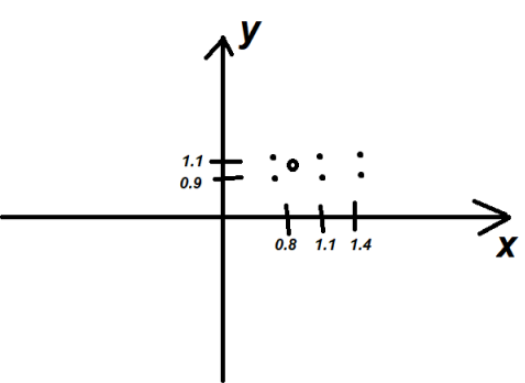
(по инвертированной формуле Лангранжа)

Найдём все значения функции :

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| 3 | 6 |
| -2 | -1 |
| -1 | -6 |

Т.к. нужно найти корень, то: y = 0

Многомерная интерполяция (ДЗ)



?

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| 0,8 | 0,9 |
| 1,1 | 1,1 |
| 1,4 |  |

Вычислим все возможные значения функции:

Способ 1: Сначала интерполируем функцию по x. Затем при фиксированном x - 1 раз интерполируем по y

+

=

0,47251

Способ 2: Сначала интерполируем функцию по y. Затем при фиксированном y - 1 раз интерполируем по x

=

0,4174

+ =

Тригонометрическая интерполяция (ДЗ)



Численное дифференцирование функции (ДЗ)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0,6 | 0,8 | 1 | 1,2 | 1,4 |
| y | 1,6667 | 1,25 | 1 | 0,8333 | 0,7143 |

Численное интегрирование: формула трапеций (ДЗ)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2 |
| y | 1 | 0,9091 | 0,8333 | 0,7692 | 0,7142 | 0,6667 | 0,625 | 0,5882 | 0,5556 | 0,5263 | 0,5 |

Численное интегрирование: формула Симпсона (ДЗ)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2 |
| y | 1 | 0,9091 | 0,8333 | 0,7692 | 0,7142 | 0,6667 | 0,625 | 0,5882 | 0,5556 | 0,5263 | 0,5 |

Численные методы решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Метод Эйлера (ДЗ)

Шаг 1:

Шаг 2*:*

Шаг 3*:*

Метод Рунге-Кутта 2-го порядка: с усреднением по времени (ДЗ)

Шаг 1:

Шаг 2:

Шаг 3:

Метод Рунге-Кутта 2-го порядка: с усреднением по производной (ДЗ)

Шаг 1:

Шаг 2:

Шаг 3:

**ДУ Высших порядков**

Метод Эйлера (ДЗ)

Метод Рунге-Кутта 2-го порядка с усреднением по времени (ДЗ)



Метод Рунге-Кутта 2-го порядка с усреднением по производной (ДЗ)



Метод Рунге-Кутта 4-го порядка. 5 шагов. Метод Милна (ДЗ)





Метод Рунге-Кутта 4 порядка: 4 и 5 шаг (ДЗ)

****

****

Метод Милна. 2 шага (ДЗ)

(4 и 5 шаги метода Рунге-Кутта 4 порядка)



Метод наименьших квадратов: через полиномы (ДЗ)

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |

Про аппроксимировать функцию , заданную в точках *(* ***x , y*** *)* функциями вида: ***a+bx+c***

Базисные функции:

Составим систему линейных уравнений

Для определения коэффициентов этой системы составим расчетную таблицу

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **n** |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 2 | 4 | 1,4142 | 2,8284 | 4 | 5,6568 | 8 |
| 4 | 3 | 9 | 1,732 | 5,196 | 9 | 15,588 | 27 |
| **Сумма** | 6 | 14 | 4,1462 | 9,0244 | 14 | 22,2448 | 36 |

В результате получим систему:

*Решаем систему линейных уравнений методом Гаусса, получаем коэффициенты*:

*Подставляем коэффициенты в исходную функцию аппроксимации, получаем*:

**0.037**+ **5.98 *x*** −**5.32**

*Теперь можно подставить любое допустимое значение x* (*x*≥0)

*и найти значение функции аппроксимации в точке*

Метод наименьших квадратов: через частные производные (ДЗ)



Нелинейная оптимизация

Методы Золотого сечения (ДЗ)

